

Технологии искусственного интеллекта: системы компьютерного моделирования в прикладных исследованиях



Михаил Журавков,
заведующий кафедрой
теоретической
и прикладной
механики механико-
математического
факультета Белорусского
государственного
университета, доктор
физико-математических
наук, профессор



Сергей Босяков,
декан механико-
математического
факультета Белорусского
государственного
университета, доктор
физико-математических
наук, профессор



Сергей Щербаков,
академик-секретарь
Отделения физико-
технических наук
НАН Беларуси, доктор
физико-математических
наук, профессор

В начале XXI в. человечество вступило в эру петафлопсных суперЭВМ (а это миллионы и миллиарды процессоров и вычислительных ядер, новая математика и новое программное обеспечение). В ближайшее время ожидается появление эксафлопсных суперЭВМ, способных выполнять свыше квинтиллиона (10^{18}) операций в секунду. Эффект от создания в ближайшем десятилетии промышленного квантового компьютера, прототипы которого уже существуют, вообще трудно оценить. Все это кардинальным образом изменит возможности и подходы к компьютерным технологиям моделирования физических процессов и явлений. Однако следует заметить, что темпы развития прикладного программного обеспечения существенно отстают от роста суперкомпьютерных мощностей [1]. Поэтому первостепенной становится задача разработки философии и создания программных продуктов нового поколения, где огромная роль принадлежит механико-математическому моделированию процессов и явлений механики на основе технологий ИИ.

Их главное назначение – повышение эффективности (адекватность, точность, время выполнения собственно вычислений и т.д.), начиная с осмысления реальной задачи, формулировки модельных описаний и заканчивая анализом и интерпретацией расчетов, выдачей рекомендаций и предложений.

Все это позволяет констатировать, что компьютерные технологии механико-математического моделирования – это высокопроизводительные вычисления + знания и большие данные + математические модели + искусственный интеллект.

Разработка математических основ методов обработки и интеллектуального анализа данных для различных прикладных областей и направлений, математических основ систем компьютерного моделирования, расчетов и анализа разнообразных физических процессов, а также переход к новым интеллектуальным CAD-, CAE- и CAM-технологиям является одной из стратегических целей интенсивного развития систем ИИ.

Представляем наиболее успешные примеры создания и использования интеллектуальных компьютерных систем и модулей для выполнения модельных исследований в различных областях механики, в работе над которыми принимали участие авторы статьи (разработчики и научные руководители).

Интеллектуальные системы компьютерного моделирования в геомеханике

Экспертные системы для различных предметных областей представляют собой своеобразные «хранилища» знаний, имеющих отношение к предметной области и набору правил, позволяющих на основе анализа выдавать рекомендации и решения по запросу пользователя. Самый важный, трудоемкий и сложный этап в этом процессе – «заимствование» знаний у человека-эксперта и их последующее кодирование. Поэтому идеология разработки таких систем ориентирована на тесное взаимодействие экспертов предметной области и специалистов по ИИ – инженеров по знаниям. Стремительное развитие технологий ИИ позволяет говорить о том, что экспертные системы – обязательный элемент интеллектуальных компьютерных систем моделирования физических процессов.

Экспертные системы знаний в области геомеханики

Такие разработки требуют повышенного внимания вследствие того, что большинство геомеханических явлений и процес-

сов не имеют четких модельных аналогов (краевых задач), а следовательно, и строгих алгоритмических решений. Существенным фактором выступает еще и то, что в этой сфере особенно устойчив традиционный способ передачи знаний от специалиста к новичку, что влечет за собой длительное, а порой многолетнее обучение и стажировки. Извлечение знаний и придание им формы, позволяющей их использовать в вычислительных машинах, удешевляет и процесс воспроизводства, и применение.

Главные задачи при построении экспертных систем в области геомеханики – выявление и четкая формулировка специальных знаний, а также разработка правил их внесения в вычислительную машину и непосредственное внесение. Поэтому важнейшими элементами являются системы приобретения знаний и получение решений. В качестве примера успешной реализации базы знаний и данных служит разработка и внедрение специализированной автоматизированной системы «План ликвидации аварий» (АСПЛА), установленной на горнодобывающем предприятии «Беларуськалий», где основной объем аварийных ситуаций связан с работой персонала в подземных шахтах. АСПЛА представляет собой многофункциональную систему, предназначенную для выполнения широкого набора мероприятий [2], в том числе обучения и ознакомления персонала с планами ликвидации аварий, решения задач безопасного вывода людей с аварийных участков и из рудника, выбора наиболее оптимального режима вентиляции (при автоматизации работ по текущей и оперативной деятельности) и т.п. Оперативная работа системы в условиях воз-

никновения экстремальных ситуаций включает в себя следующий набор действий.

Диспетчер на планах горных работ отмечает место аварии и указывает ее тип, вся вносимая им информация оперативно поступает в общую локальную компьютерную сеть предприятия. Это позволяет в соответствии с текущим состоянием в шахте (расположение и работа оборудования, работающие забои, количество и места нахождения людей и др.) и действиями, предписанными позицией оперативной части ПЛА, при возникновении аварийной ситуации провести ее анализ (процесс автоматизирован) и выполнить перечень мероприятий, направленных в первую очередь на обеспечение безопасности людей и предотвращение последствий аварии. Согласно информации о реальной текущей обстановке в шахте и возникших форс-мажорных обстоятельствах (например, завалы, остановка самоходного вагона в выработке и др.), диспетчер вносит корректировки в компьютерные планы горных работ и планы вентиляции подземного пространства. После оценки сложившейся ситуации и имеющихся отклонений от предписанных действий в соответствии с позициями ПЛА можно решить такие задачи, как определение оптимальных путей выхода с конкретных участков шахтного поля на «свежую струю», перемещения от точки «А» в точку «В», изменение плана вентиляции подземного пространства в случае установки передвижных временных перемычек, завалов, реверсирования струи и т.д. Необходимо отметить, что АСПЛА является дополнительным интеллектуальным инструментарием,

значительным образом помогающим в работе инженерно-технического персонала предприятия, а не представляет собой средство, заменяющее работу людей.

Проект системы регионального геомеханического мониторинга (СРГМ)

Под руководством профессора М. Журавкова разработаны научные основы, предложены и обоснованы состав и наполнение автоматизированных корпоративных систем геомеханического мониторинга для регионов крупномасштабного освоения подземного пространства. Так, в интересах предприятия «Беларуськалий» представлен общий проект системы регионального геомеханического мониторинга (СРГМ) [3], создаются и внедряются различные системы и комплексы как элементы общей СРГМ (рис. 1).

Основу СРГМ составляет горно-геологическая информационная система (ГГИС) с многословными компьютерными картами породной толщи, горными работами, дневной поверхности в пределах шахтных отводов, промплощадок [3, 4]. На базе ГГИС разработаны подсистемы и комплексы для решения широкого спектра прикладных задач (рис. 2). Наиболее значимой является уникальная автоматизированная система геолого-маркшейдерского сопровождения и текущего проектирования горных работ для ОАО «Беларуськалий» [5]. Обязательный элемент прикладного программного обеспечения – наличие функциональности, позволяющей выполнять интеллектуальный анализ данных



Рис. 1. Организационный принцип построения СРГМ

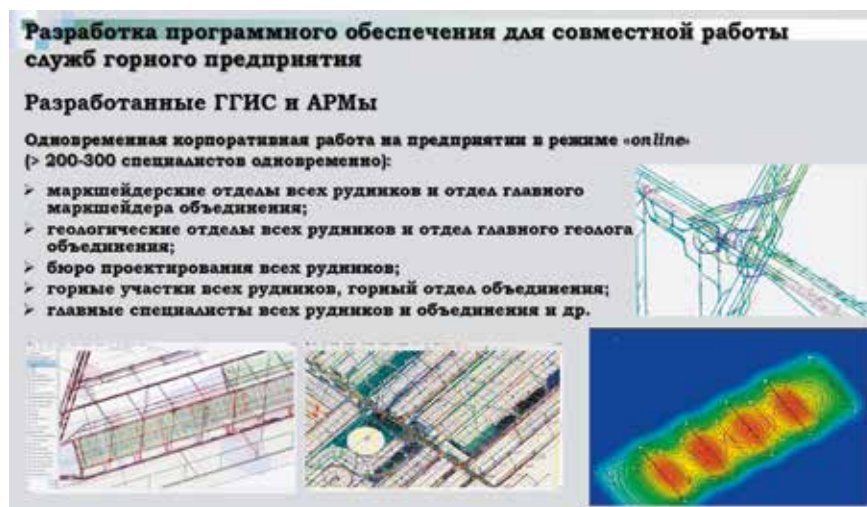


Рис. 2. ГГИС как базовый элемент многочисленных автоматизированных комплексов и рабочих мест специалистов горнодобывающего предприятия

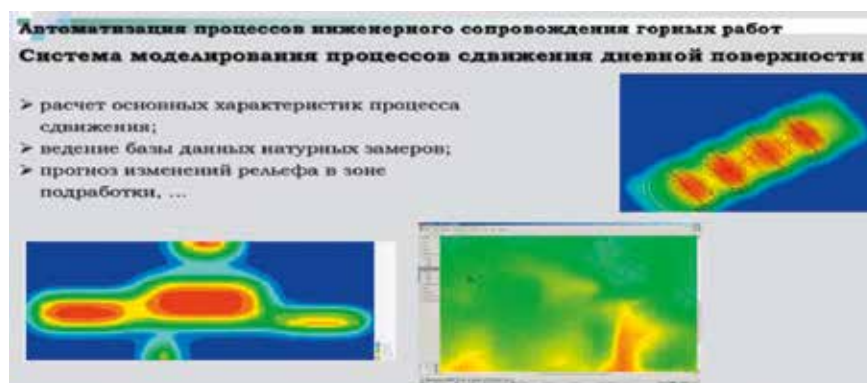


Рис. 3. Подсистема расчета основных характеристик деформационных процессов на дневной поверхности в районах ведения горных работ

и ситуаций с выдачей рекомендаций и решений.

Среди задач, в решении которых важную роль играет СРГМ, одна из наиболее существенных – контроль состояния ответственных техногенных объектов и выдача прогноза относительно их «устойчивости» по отношению к авариям и катастрофам. Примером служит автоматизированная подсистема расчета и прогноза развития и изменения во времени основных характеристик деформационных процессов на дневной поверхности и в приповерхностных областях породного массива вследствие ведения подземных горных работ с учетом данных натурных геодезических наблюдений и обработки снимков спутниковых наблюдений (рис. 3, 4).

Разработанная система базируется на использовании интегрированной цифровой модели породной толщи с подземными сооружениями, которая строится, в свою очередь, на данных ГГИС-проекта. Технологии создания базовых механико-математических моделей ориентированы на экспериментально-аналитический подход, совмещающий строгие аналитические методы и модели, а также результаты обработки конкретной детерминированной эмпирической информации. Использо-

вание технологий ИИ при разработке эффективной компьютерной системы достоверного расчета и прогноза основных характеристик процесса сдвижений земной поверхности представляет интерес тем, что на их основе можно построить самокорректирующуюся интеллектуальную систему, самонастраивающуюся на конкретные горно-геологические и горнотехнические условия [6].

Задачи геомеханики, с точки зрения модельного анализа, очень сложно «поддаются абстракции». В связи с этим особая роль в разработке подходов и технологий моделирования геомеханических процессов и явлений отводится специалистам-экспертам. Фактически сегодня стоит вопрос о создании специальных технологий на базе ИИ, которые рекомендуют «расчетчику» выбрать механико-математическую модель, в наибольшей степени подходящую для рассматриваемого случая.

Хотя успехи в решении проблемы качественного соответствия реальных геомеханических процессов и их математического описания впечатляют, количественные показатели вычислений и данных натурных наблюдений не столь эффективны, поскольку достичь высокой точности при рассмотрении математических моделей крайне сложно. Причин такого положения много. Одни из основных – несоответствие механических и прочностных характеристик, используемых для расчетов, и реальных характеристик исследуемой породной толщи, вследствие их сильно статистического характера, а также трудности в построении механико-математических моделей, которые в точности отражали бы все особенности реального процесса и т.д. Поэтому для

различных классов задач геомеханики с элементами интеллектуального анализа очень важны разработка, развитие и адаптация современных продвинутых подходов и методов математического и компьютерного моделирования.

Общая методология и подходы к математическому и компьютерному интеллектуальному моделированию широкого класса задач геомеханики выполнены коллективом ученых под руководством М. Журавкова [7–9] (рис. 5). Ими построены алгоритмы, механико-математические и расчетные компьютерные модели прикладной геомеханики пластовых месторождений (рис. 6). Разработаны методы и подходы к решению задач механики сплошных и дискретных сред, механики деформируемого твердого тела, разрушения применительно к задачам геомеханики подземных сооружений. Предложены подходы и численные методики, созданы специализированные компьютерные модули для проведения модельных исследований в области геомеханики (рис. 7–11).

Разработка общих принципов и подходов компьютерного моделирования для изучения биомеханических процессов

Системы компьютерного интеллектуального моделирования в биомеханике. Если несколько десятков лет назад технологии компьютерного моделирования в биомеханике считались редкостью, то сегодня они занимают достойное место среди наиболее востребованных инноваций при решении сложных и акту-

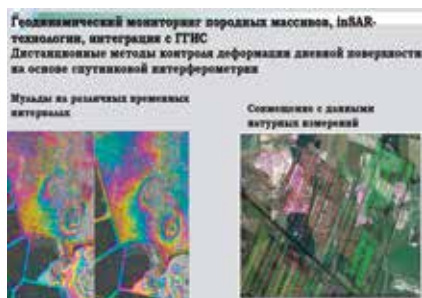


Рис. 4. Модуль обработки данных спутниковых наблюдений, их анализа и совмещения с данными моделирования и геодезическими наблюдениями

альных задач биомеханики человека. К одной из основных относится моделирование как отдельных органов человека, так и их систем, а также их поведения в различных условиях. Достигнутые результаты позволяют прогнозировать особенности функционирования организма и при возникновении патологических изменений, а также формулировать рекомендации при назначении лечения, профилактических мероприятий и послеоперационной реабилитации больных.

По совокупности выполненных учеными исследований можно говорить о том, что в Беларуси создано направление медицинской биомеханики как одного из элементов предиктивной и персонифицированной медицины, ориентированной на индивидуальное лечение пациента, на уровне биологических тканей и систем органов человека в норме или с учетом патологических изменений на основании биомеханических моделей. Кроме обоснования концептуального развития данного направления, получены принципиально новые результаты.

Показательный пример – методика определения предельной нагрузки, при действии которой происходит разрушение бедренной кости человека после хирургической резекции при нагрузке, имитирующей сочетание действия собственного веса, сгибание-разгибание и отведение-приведение конечности, а также поворот. Для этих целей разработана численно-аналитическая модель, учитывающая анизотропию в распределении упругих свойств кортикальной костной ткани в различных анатомических квадрантах и отделах бедренной кости. На ее основании определены зависимости

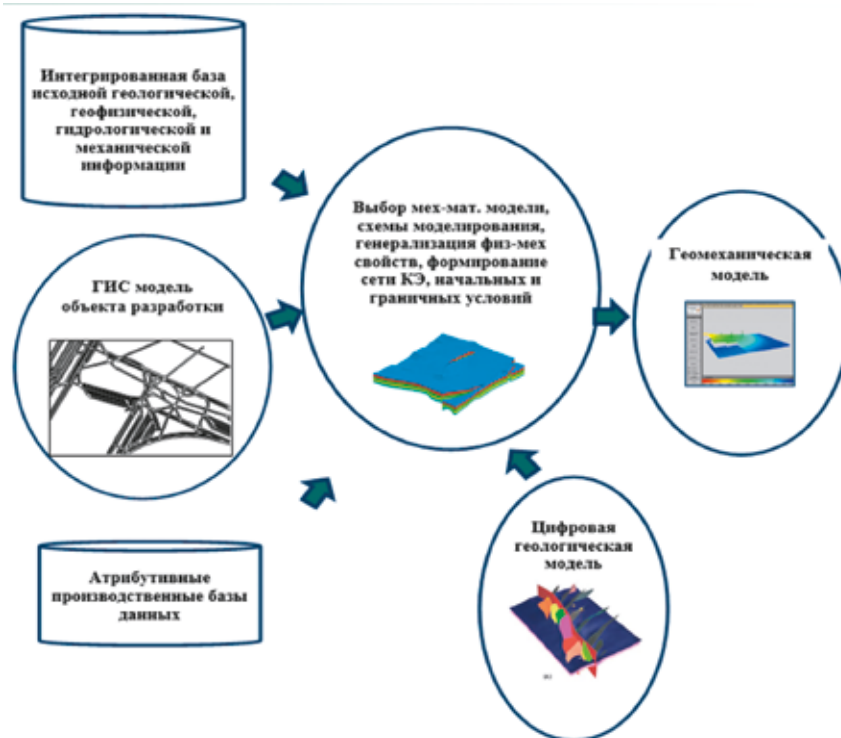


Рис. 5. Общая блок-схема построения компьютерной геомеханической модели массива горных пород с подземными сооружениями

Направления геомеханических исследований и моделирования	
<input type="checkbox"/>	Построение геомеханических и сопряженных гидро/газо/геомеханических моделей массивов горных пород
<input type="checkbox"/>	Исследование устойчивости и прочности подземных выработок, геотехнических сооружений
<input type="checkbox"/>	Моделирование геомеханического состояния дневной поверхности и приповерхностных областей вследствие влияния ведения подземных горных работ
<input type="checkbox"/>	Моделирование состояния приповерхностных и поверхностных геотехнических сооружений в зоне влияния подземных горных работ
<input type="checkbox"/>	Моделирование и исследование устойчивости и прочности шахтных стволов и других вертикальных геотехнических сооружений
<input type="checkbox"/>	Сопряженные задачи гидрогеомеханики ...
<input type="checkbox"/>	Сопряженные задачи геомеханики и газовой динамики ...
<input type="checkbox"/>	Исследование и моделирование геомеханического состояния подрабатываемой породной толщи при крупномасштабной отработке пластов полезных ископаемых
<input type="checkbox"/>	Сопряженные задачи геомеханики и геотехники
<input type="checkbox"/>	Сопряженные задачи геомеханики и геодинамики
<input type="checkbox"/>	Разработка прикладного программного обеспечения на базе CAD/CAE пакетов и технологий для различных классов прикладных задач наземной и подземной геомеханики
<input type="checkbox"/>	Разработка технологий совместной работы специализированного оборудования и модулей/программ компьютерного моделирования и расчетов

Рис. 6. Перечень основных классов задач, решаемых в рамках общей системы компьютерного моделирования геомеханических процессов и явлений

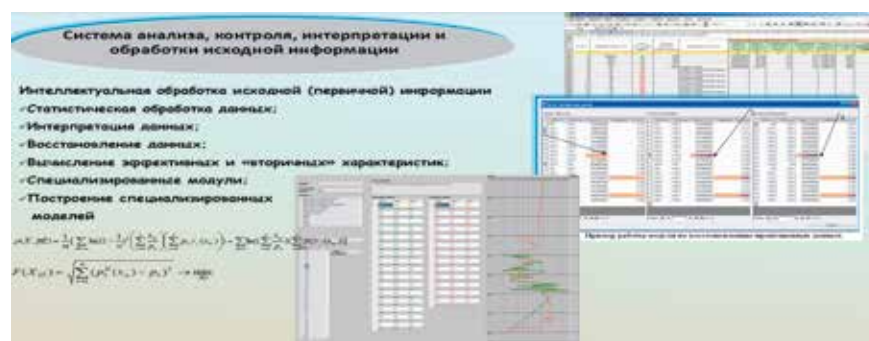


Рис. 7. Интеллектуальная система анализа, интерпретации и обработки первичной информации

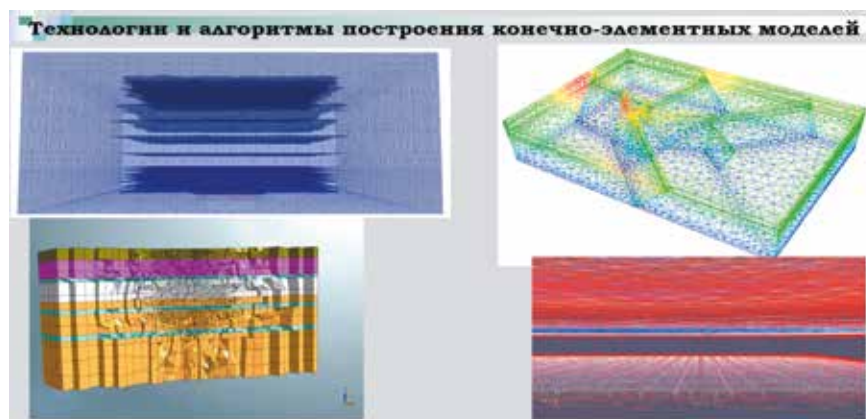


Рис. 8. Примеры реализации алгоритмов построения специализированных конечно-элементных моделей

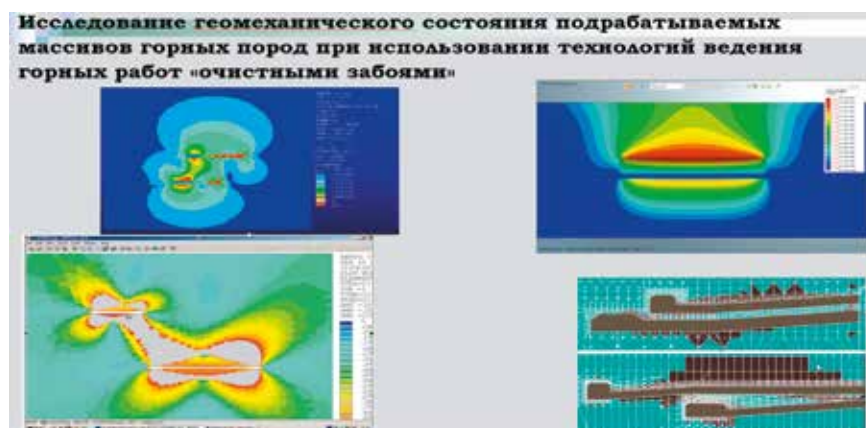


Рис. 9. Примеры расчетов НДС в массиве с подземными выработками, анализа и интерпретации геомеханического состояния подработанной толщи горных пород

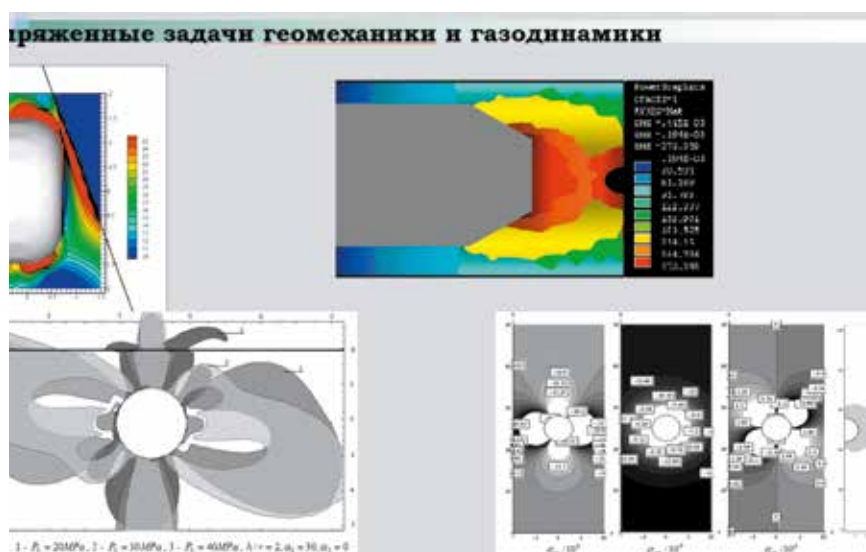


Рис. 10. Пример реализации алгоритмов моделирования сопряженных газодинамических и геомеханических процессов в подработанном массиве горных пород

предельной нагрузки, соответствующей возникновению перелома бедренной кости с пострезекционным дефектом от линейного и углового размеров дефекта, а также сформулированы рекомендации по предупреждению патологического перелома после хирургической резекции. Модель бедренной кости также использована для оценки предельной нагрузки на нее с установленными в проксимальном отделе новыми запатентованными конструкциями телескопического и изоэластического интрамедуллярных имплантатов (рис. 12).

Установлено, что после использования телескопического и изоэластического имплантатов увеличение предельной нагрузки на бедренную кость составляет 48% и 81% соответственно по сравнению с интактной бедренной костью. Показано, что локализация перелома после установки имплантатов наблюдается в области, расположенной ниже большого вертела, что соответствует результатам клинических наблюдений [10].

Разработка подходов к компьютерному моделированию и изучению напряженно-деформированного состояния костных структур черепа человека

В результате проведенных учеными работ установлены закономерности распределения эквивалентных напряжений и полей перемещений в интактном черепе человека, в черепе с односторонней и двусторонней расщелиной, в черепе с односторонней расщелиной и хирургическими разре-

зами, которые соответствуют различным типам остеотомии, после активации ортодонтического аппарата для устранения перекрестного прикуса (рис. 13) [11].

На основании сравнительного анализа эквивалентных напряжений в костных структурах интактного черепа, черепа с односторонней и с двусторонней расщелиной, полных перемещений их точек, а также перемещений их точек в трансверсальном, сагиттальном и вертикальном направлениях, возникающих после активации различных моделей ортодонтического аппарата, установлено влияние смещения его винта относительно неба на напряженно-деформированное состояние рассмотренных моделей черепов. Также выявлено воздействие различных вариантов остеотомии на исправление перекрестного прикуса.

Разработка механико-математической модели среднего уха с учетом анатомических особенностей строения (слоистая структура тимпанальной мембраны и нелинейное распределение модуля упругости задневерхнего квадрата) и функционирования колебательной системы среднего уха представлена на рис. 15.

Построены компьютерные модели и выполнены исследования, на основании которых выданы рекомендации по проведению операции, восстанавливающей целостность тимпанальной мембраны, связанной с удалением задневерхнего квадрата с последующим наложением хрящевого трансплантата различной толщины [12].

Установлены закономерности изменения спектров собственных частот свободных колебаний среднего уха в норме, среднего уха с патологическими изменениями упругих свойств тимпанальной

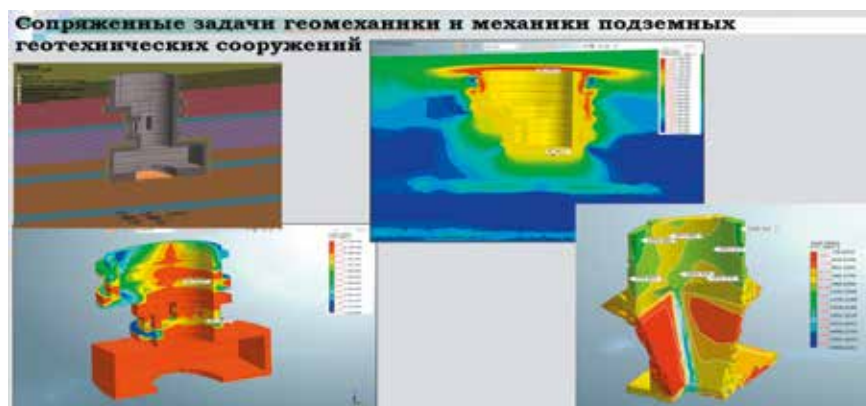


Рис. 11. Пример реализации алгоритмов исследования НДС в массиве горных пород и крепи сложных подземных геотехнических сооружений

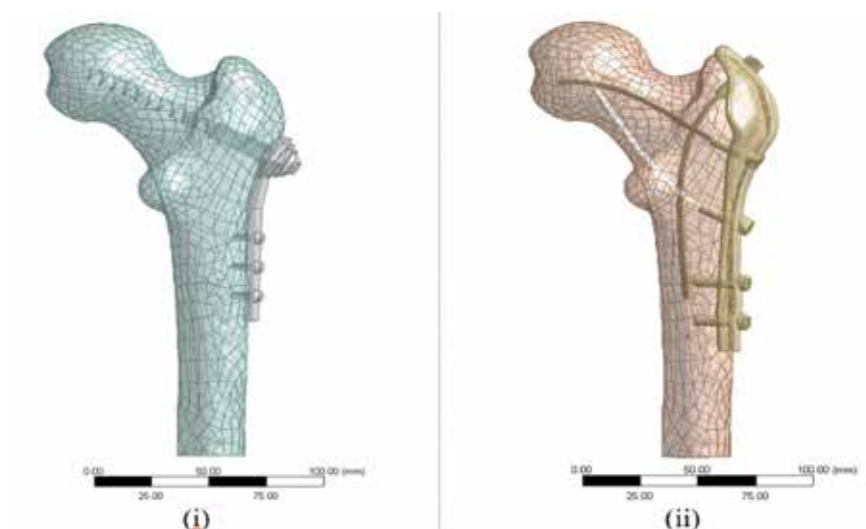


Рис. 12. Расположение интрамедуллярных телескопического (i) и изоэластического (ii) имплантатов в проксимальном отделе

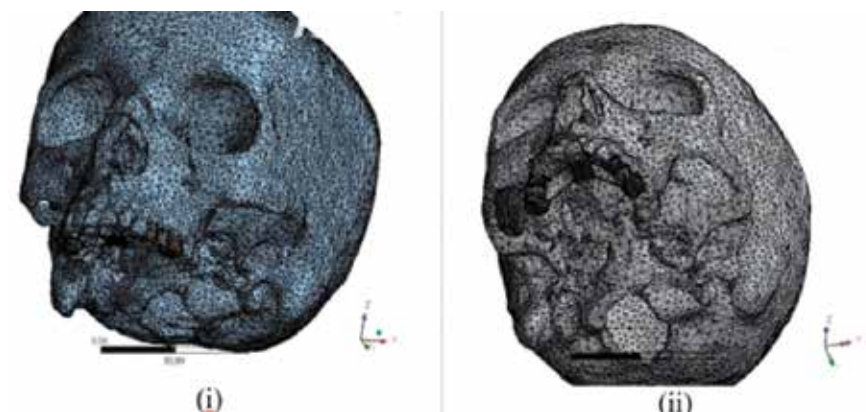


Рис. 13. Конечно-элементные модели черепа человека с установленным на интактный череп ортодонтическим аппаратом, винт которого расположен в окклюзионной плоскости (i) и у неба (ii)

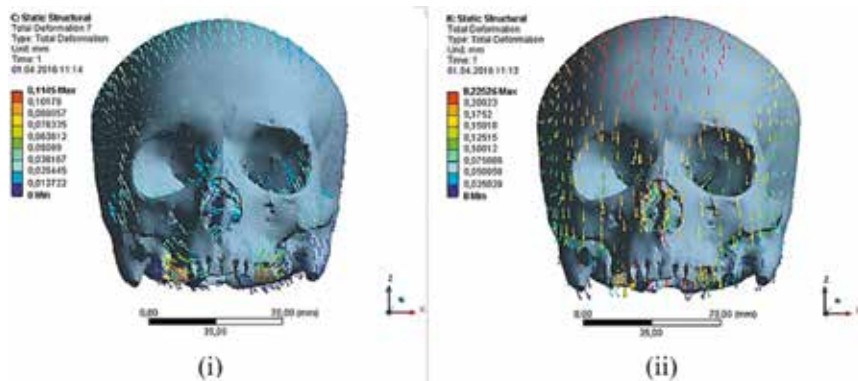


Рис. 14. Векторные поля полных перемещений (мм) точек интактного черепа после активации модели ортодонтического аппарата с винтом, расположенным в окклюзионной плоскости (i), и винтом, расположенным у неба (ii)

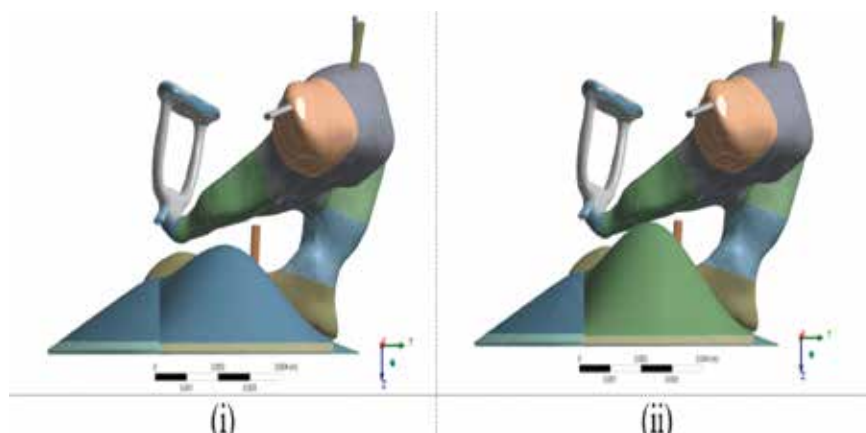


Рис. 15. Численно-аналитическая модель среднего уха с фиксированным ретракционным карманом (i) и с фиксированным ретракционным карманом, прикрепленным к длинному отростку тела наковальни (ii)

мембраны, а также среднего уха после установки хрящевого трансплантата.

Разработка механико-математических моделей с применением аппарата дробного интегрирования, описывающих состояние и поведение биоструктур

Для различных классов задач биомеханики предложено механико-математическое моделирование состояния сосуди-

стой системы и биоклеток, разработаны модели и методики расчета эффективных свойств биоматериалов на основе технологий наноиндентирования и построения решений контактных задач био- и наномеханики с использованием моделей дробного порядка вязкоупругого поведения биоматериала для зонда различных форм поперечного сечения [13].

Предложена методика определения перемещений корня зуба в вязкоупругой периодонтальной связке с течением времени при действии нагрузки на коронку зуба, основанная на механико-математической модели системы «корень зуба –

периодонтальная связка – костная ткань» с дробным ядром релаксации для прогнозирования условий приложения нагрузки и планирования ортодонтического перемещения зубов [14].

Созданы технологии моделирования контактных взаимодействий, трехмерного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости многоэлементной биомеханической системы зубочелюстного аппарата человека с целью оптимизации лечения в соответствии с концепцией персонализированной медицины при работе с томографическими снимками [15].

На основе технологий искусственного интеллекта совместно с Белорусским государственным медицинским университетом разработана трехмерная механико-математическая модель, позволяющая рассчитать верное геометрическое расположение имплантатов с учетом индивидуальных особенностей человека. Для этого используются томографические данные пациента в комплексе со специализированными средствами обработки медицинских изображений [16].

Благодаря 3D-модели стоматологии могут оказывать консультационные и научно-технические услуги. Полученные результаты также можно использовать для планирования хирургических операций, что позволяет сократить сроки лечения за счет предварительной оценки реакции зубов на нагрузку.

Теоретические основы компьютерного моделирования и создания цифровых двойников в технике и инженерии

Необходимость внедрения элементов технологий искусственного интеллекта особенно остро стоит как при компьютерном моделировании технических систем ответственного назначения с целью создания их цифровых двойников, так и при управлении данными системами в период эксплуатации.

Результатом комплекса многолетних исследований ученых стала методология постановки и решения модельных задач взаимодействия системы многих тел с неизвестными заранее поверхностями контакта, определения и прогнозирования сложного трехмерного напряженно-деформированного состояния в такой системе тел, состояния объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояний с учетом ее одновременного сложного термосилового нагружения контактными и неконтактными усилиями [17]. На ее основе созданы многоэлементные цифровые двойники целого ряда технических систем ответственного назначения, применяемые для их оптимизации по повреждаемости и поддержки принятия управленческих решений.

Рассмотренные примеры отчетливо свидетельствуют о том, что с учетом потенциальных возможностей вычислительных технологий сегодня представляется реальным создание интеллектуальных систем компьютерного моделирования, способных выдавать рекомендации к постановке модельных задач, корректировке вычислительных алгоритмов, интеллектуальной обработке и интерпретации результатов вычислений.

Технологии ИИ все активнее становятся полноправными «соавторами» алгоритмов

механико-математического и компьютерного моделирования разнообразных физических процессов и явлений. Это позволяет сформулировать новое, более полное и корректное определение компьютерных технологий механико-математического

моделирования, которое может быть принято в качестве базового, состоящее из следующих элементов: высокопроизводительные вычисления + знания и «большие данные» + математические модели + искусственный интеллект. ■

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. В.П. Ильин. Устойчивое развитие и проблемы математического моделирования // Наука из первых рук. №5/6 (93). 2021 // <https://scfh.ru/papers/na-puti-k-umnomu-miru>.
2. М.А. Журавков, О.Л. Коновалов, В.Ф. Кучеров. Надежный интеллектуальный помощник // Охрана труда и социальная защита. №1. 2003. С. 20–22.
3. М.А. Журавков. Корпоративные автоматизированные системы сопряженного геомониторинга // Наука и инновации. №4 (74). 2009. С. 51–54.
4. Журавков М.А., Плескунов В.Н., Невельсон И.С. Перспективы и основные направления внедрения автоматизированных геомониторинговых систем в РУП ПО «Беларуськалий» // Современные информационные технологии при добыче полезных ископаемых: материалы науч. практ. семинара-совещания / Под общ. ред. М.А. Журавкова – Минск, 2004.
5. Zhuravkov M.A., Konovalov O.L., Zeytc V.E., Slavashevich S.I. Corporation computer system of designing and geological-surveying support of mining works and its subsystem of geomechanical supporting and simulation // Proceedings of XIII International Congress of ISM 2007. Budapest, Hungary, 24–28 September 2007. P. 13–19.
6. Zhuravkov M., Nevelson I., Konovalov O., Ponaryadov V. The mathematical approaches to creation of a computer self-corrected procedure of calculation of the deformed process parameters in rock massif // Mine Planning and Equipment Selection. MPES 2001. Ed. by R.K. Singhal, B.P. Singh. Pub. Balkema/Rotterdam/ Brookfield. 2001. P. 653–660.
7. Журавков М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов). – Минск, 2002.
8. Журавков М.А., Коновалов О.Л., Богдан С.И., Прохоров П.А., Круподеров А.В. Компьютерное моделирование в геомеханике / Под общ. ред. М.А. Журавкова. – Минск, 2008.
9. Журавков М.А., Коновалов О.Л. К проблеме построения численных геомеханических моделей массивов горных пород со сложным структурным строением // Коллект. монография «Геомеханические поля и процессы: экспериментально-аналитические исследования формирования и развития очаговых зон катастрофических событий в горнотехнических и природных системах». Т. 2: Фундаментальные проблемы и новые методы контроля нелинейных геомеханических процессов в горнотехнических и природных системах / [В.Н. Опарин, В.В. Адушкин, А.А. Барях, М.А. Журавков и др.]; отв. ред. Н.Н. Мельников, Рос.акад. наук, Сиб. отд.-ние, Ин-т горного дела [и др.] – Новосибирск. 2019.
10. S. Bosiakov, M. Nikolaitchik, A. Matveev. Assessment of the ultimate load on femur with reinforcing implant in the proximal part // Series on Biomechanics. 2018. Vol. 32. №4. P. 5–10.
11. S. Bosiakov. Craniofacial stress patterns and displacements after activation of Hyrax device: finite-element modelling / S. Bosiakov, A. Vinokurova, A. Dosta // Facta Universitatis. Series: Mechanical Engineering. 2017. Vol. 15. No. 3. P. 517–533.
12. S. Bosiakov, G. Mikhasev, K. Yurkevich, R. Springhetti, L. Petrova, M. Maisyuk. Tympanoplasty of the middle ear with a retraction pocket: recommendations based on the modal finite element analysis // Series on Biomechanics. 2019. Vol. 33, №4. P. 17–23.
13. Журавков М.А., Романова Н.С. Оценка физико-механических свойств биоматериалов. Механико-математическое моделирование и технологии наноиндентирования. / LAP LAMBERT Academic Publishing RU. –? Germany, 2017.
14. S. Bosiakov. Assessment of parameters of a fractional relaxation kernel modelling viscoelastic properties of the periodontal ligament // Meccanica. 2022. Vol. 57, №11. P. 2763–2770.
15. М.А. Журавков, С.М. Босьяков. Биомеханическое моделирование в стоматологии // Наука и инновации. №6. 2010. С. 43–47.
16. Nazarenko D., Bosiakov S., Rubnikovich S., Lu Yongtao. Response of the mandible on bite loading applied to full-arch implant-supported mandibular prosthesis: finite element modeling // Analytic Methods of Analysis and Differential Equations: AMADE 2021. Cambridge, 2022. P. 39–50.
17. С.С. Щербаков. Математическое моделирование и вычислительная механика: потенциал для роста наукоемкой экономики / С.С. Щербаков // Наука и инновации. 2019. №1 (191). С. 45–53.